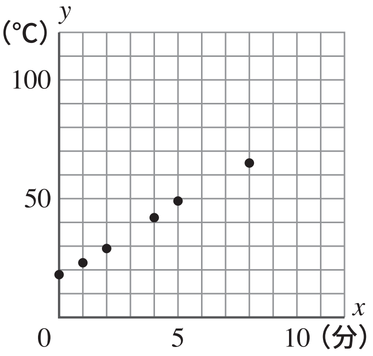
第19講・１次関数の利用

例題１　１次関数とみなすこと

問題

下の表は，水をビーカーに入れて熱し，熱し始めてから x 分後の水の温度を y℃として，x と y の関係を調べたものである。また，右の図は，表の x，y の値の組を座標とする点をとったものである。図で並んだ点のなるべく近くを通る直線が，2 点 (0，18)，(4，42) を通るとする。次の問いに答えなさい。

x（分）	0	1	2	4	5	8
y（℃）	18	23	29	42	49	65



⑴　2 点 (0，18)，(4，42) を通る直線の式を求めなさい。
⑵　熱し始めてから 9 分後の水の温度は何℃と推測できるか，答えなさい。
⑶　水の温度が 90℃になるのは，熱し始めてから何分後と推測できるか，答えなさい。

ポイント

● かき入れた点がほぼ一直線上に並んでいるとき
　→ y を x の 1 次関数とみなすことで，熱した時間から水の温度を求めたり，水の温度から熱した時間を求めることができる。

解答

⑴　直線の式を $y = ax + b$ とすると，点 (0，18) を通ることから，切片は 18 である。よって，$y = ax+18$ と書くことができる。
　この直線が点 (4，42) を通るから，上の式に $x = 4$，$y = 42$ を代入すると

$$42 = a \times 4 + 18$$
$$a = 6$$

よって
　$\boldsymbol{y = 6x + 18}$　…**(答)**

MEMO

(2)　$y = 6x + 18$ に $x = 9$ を代入すると

$y = 6 \times 9 + 18$

$y = 72$

よって

72℃　…(答)

(3)　$y = 6x + 18$ に $y = 90$ を代入すると

$90 = 6x + 18$

$x = 12$

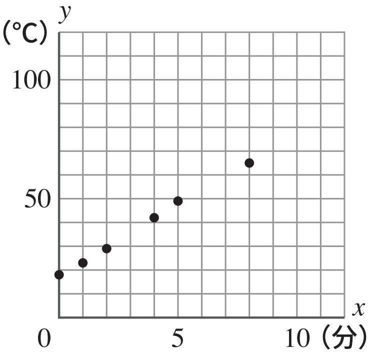
よって

12 分後　…(答)

確認テスト 1

下の表は，水をビーカーに入れて熱し，熱し始めてから x 分後の水の温度を y℃として，x と y の関係を調べたものである。また，右の図は，表の x，y の値の組を座標とする点をとったものである。図で並んだ点のなるべく近くを通る直線が，2 点 (0，18)，(4，42) を通るとする。次の問いに答えなさい。

x（分）	0	1	2	4	5	8
y（℃）	18	23	29	42	49	65



(1)　2 点 (0，18)，(4，42) を通る直線の式を求めなさい。

(2)　熱し始めてから 9 分後の水の温度は何℃と推測できるか，答えなさい。

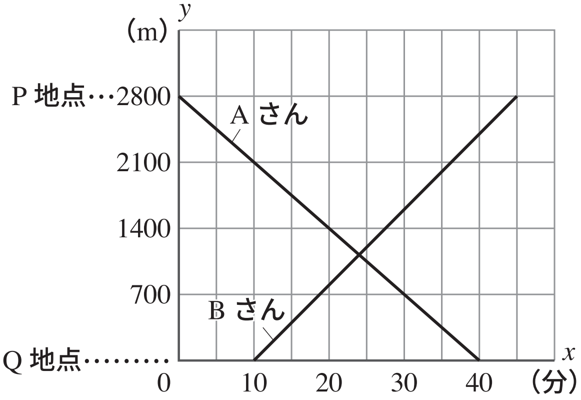
(3)　水の温度が 90℃になるのは，熱し始めてから何分後と推測できるか，答えなさい。

例題 2　移動に関する問題①

問題

　P 地点と Q 地点は 2800 m 離れている。A さんは，P 地点を出発し，Q 地点に向かって歩いた。B さんは，A さんが出発してから 10 分後に Q 地点を出発し，同じ道を P 地点に向かって歩いた。

　右の図は，そのときの様子を表したものである。このとき，次の問いに答えなさい。



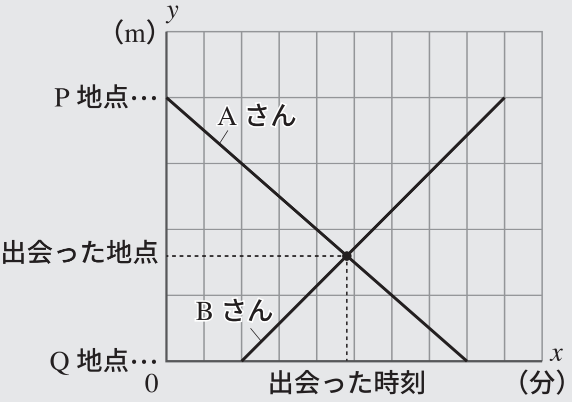
(1)　A さんが P 地点を出発してから x 分後に，Q 地点から y m の地点にいるとして，$0 \leqq x \leqq 40$ のときの y を x の式で表しなさい。

(2)　A さんが P 地点を出発してから x 分後に，B さんが Q 地点から y m の地点にいるとして，$10 \leqq x \leqq 45$ のときの y を x の式で表しなさい。

(3)　A さんと B さんが出会うのは，A さんが P 地点を出発してから何分後か答えなさい。

ポイント

● A さんと B さんが出会ったときの時刻と地点
→ A さんのグラフと B さんのグラフの
　　交点の x 座標：時刻
　　交点の y 座標：地点
　をそれぞれ表す。



解答

MEMO

⑴　A さんが進む様子を表すグラフは 2 点 (0，2800)，(40，0) を通る直線である。このグラフの切片が 2800 だから，求める式は

$y = ax + 2800$

と書くことができる。グラフが点 (40，0) を通るから，上の式に $x = 40$，$y = 0$ を代入すると

$0 = a \times 40 + 2800$

$a = -70$

よって

$y = \mathbf{-70x + 2800}$　**・・・(答)**

⑵　B さんが進む様子を表すグラフは 2 点 (10，0)，(45，2800) を通る直線である。このグラフの傾きは

$$\frac{2800 - 0}{45 - 10} = \frac{2800}{35} = 80$$

したがって，求める式は

$y = 80x + b$

と書くことができる。グラフが点 (10，0) を通るから，上の式に $x = 10$，$y = 0$ を代入すると

$0 = 80 \times 10 + b$

$b = -800$

よって

$y = \mathbf{80x - 800}$　**・・・(答)**

⑶　A さんと B さんが進む様子を表すグラフの交点の x 座標を求める。⑴，⑵の式を連立方程式として解くと

$$\begin{cases} y = -70x + 2800 & \cdots① \\ y = 80x - 800 & \cdots② \end{cases}$$

②を①に代入すると

$80x - 800 = -70x + 2800$

$150x = 3600$

$x = 24$

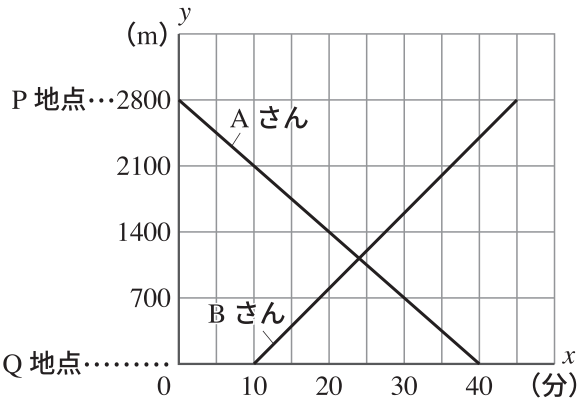
よって

24 分後　・・・(答)

確認テスト 2

P 地点と Q 地点は 2800 m 離れている。A さんは，P 地点を出発し，Q 地点に向かって歩いた。B さんは，A さんが出発してから 10 分後に Q 地点を出発し，同じ道を P 地点に向かって歩いた。

右の図は，そのときの様子を表したものである。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　A さんが P 地点を出発してから x 分後に，Q 地点から y m の地点にいるとして，$0 \leqq x \leqq 40$ のときの y を x の式で表しなさい。

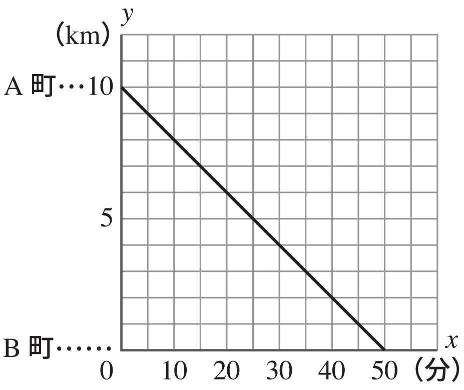
(2)　A さんが P 地点を出発してから x 分後に，B さんが Q 地点から y m の地点にいるとして，$10 \leqq x \leqq 45$ のときの y を x の式で表しなさい。

(3)　A さんと B さんが出会うのは，A さんが P 地点を出発してから何分後か答えなさい。

例題 3　移動に関する問題②

問題

みどりさんは，A 町から 10 km 離れた B 町まで自転車で行った。右の図は，そのときの時間と道のりの関係を表したものである。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　みどりさんが A 町を出発してから x 分後の，B 町までの残りの道のりを y km とするとき，y を x の式で表しなさい。

(2)　みどりさんが A 町を出発してから 15 分後に，バスが A 町を出発し，同じ道を時速 30 km で B 町に向かって走った。このときのバスの時間と道のりの関係を表すグラフをかきなさい。

(3)　(2)のとき，みどりさんがバスに追いつかれるのは，みどりさんが A 町を出発してから何分後か答えなさい。

ポイント

- グラフをかき加える問題
  → グラフが通る 2 点の座標を求め，その 2 点を通る直線をひく

- みどりさんがバスに追いつかれる時刻と地点
  → みどりさんを表すグラフとバスを表すグラフの
  　　交点の x 座標：時刻
  　　交点の y 座標：地点
  　をそれぞれ表す。

解答

MEMO

(1)　みどりさんが進む様子を表すグラフは 2 点 (0，10)，(50，0) を通る直線である。このグラフの切片が 10 だから，求める式は

$$y = ax + 10$$

と書くことができる。グラフが点 (50，0) を通るから，上の式に $x = 50$，$y = 0$ を代入すると

$$0 = a \times 50 + 10$$
$$a = -0.2$$

よって

$y =$ **$-0.2x + 10$**　**…(答)**

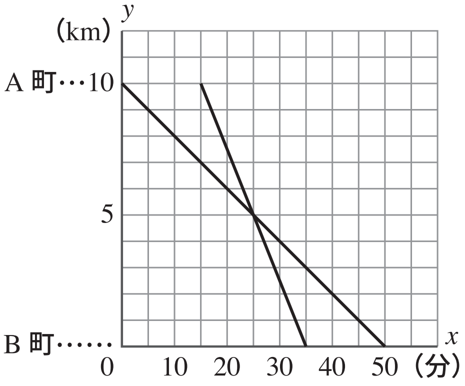
(2)　みどりさんが A 町を出発してから 15 分後にバスが A 町を出発するので，バスが進む様子を表すグラフは (15，10) を通る。また，バスは時速 30 km で B 町に向かって走ったので，A 町から B 町まで 10 km 進むのにかかる時間は

$$10 \div 30 = \frac{1}{3}\ （時間）$$

つまり

$$\frac{1}{3} \times 60 = 20\ （分間）$$

よって，バスはみどりさんが A 町を出発してから 35 分後に B 町に到着するので，(35，0) を通る。したがって，バスを表すグラフは次の図のようになる。



⑶　みどりさんとバスを表すグラフの交点の x 座標を求める。⑵のグラフより，交点の x 座標を読み取ると

25 分後　…(答)

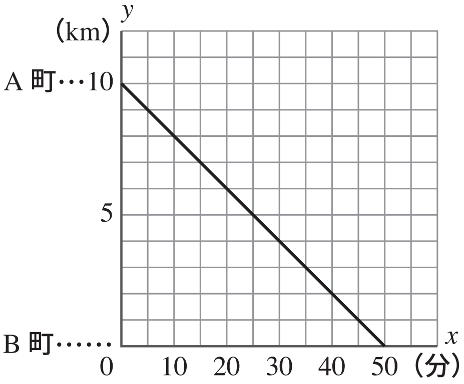
確認テスト 3

みどりさんは，A 町から 10 km 離れた B 町まで自転車で行った。右の図は，そのときの時間と道のりの関係を表したものである。次の問いに答えなさい。

⑴　みどりさんが A 町を出発してから x 分後の，B 町までの残りの道のりを y km とするとき，y を x の式で表しなさい。

⑵　みどりさんが A 町を出発してから 15 分後に，バスが A 町を出発し，同じ道を時速 30 km で B 町に向かって走った。このときのバスの時間と道のりの関係を表すグラフをかきなさい。

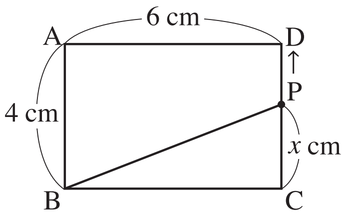
⑶　⑵のとき，みどりさんがバスに追いつかれるのは，みどりさんが A 町を出発してから何分後か答えなさい。



例題 4　動点の問題

問題

右の図は，AB ＝ 4 cm，AD ＝ 6 cm の長方形 ABCD である。点 P は，頂点 C を出発し，辺上を D，A を通って B まで動く。点 P が頂点 C を出発してから x cm 動いたときの △BCP の面積を y cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。



(1)　$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，y を x の式で表しなさい。

(2)　$4 \leqq x \leqq 10$ のとき，y を x の式で表しなさい。

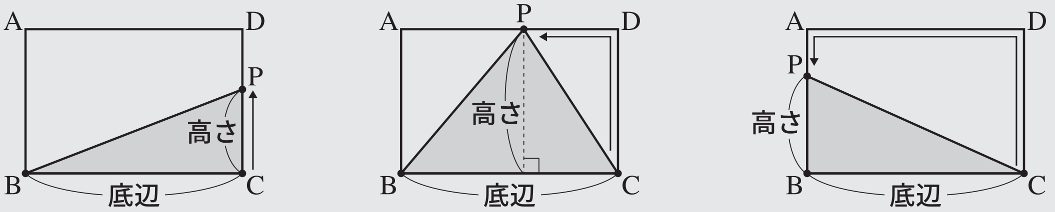
(3)　$10 \leqq x \leqq 14$ のとき，y を x の式で表しなさい。

(4)　点 P が頂点 C から頂点 B まで動くときの y と x との関係を表すグラフをかきなさい。

ポイント

● 点 P の位置により，△BCP の形が変わる → 図中にかき込んで整理する

①　点 C → 点 D　　②　点 D → 点 A　　③　点 A → 点 B



解答

(1)　$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，点 P は点 C から点 D まで移動する。このとき

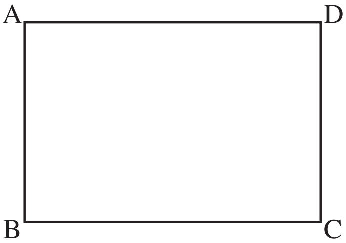
$$\triangle BCP = \frac{1}{2} \times 6 \times x$$
$$= 3x \ (\text{cm}^2)$$

よって

$\boldsymbol{y = 3x}$　…(答)

MEMO

(1)

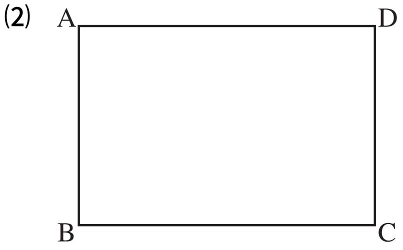


⑵　$4 \leqq x \leqq 10$ のとき，点 P は点 D から点 A まで移動する。このとき

$$\triangle BCP = \frac{1}{2} \times 6 \times 4$$
$$= 12 \text{（cm}^2\text{）}$$

よって

$y = 12$　…(答)



⑶　$10 \leqq x \leqq 14$ のとき，点 P は点 A から点 B まで移動する。このとき，点 P は点 C から x cm 動いているので

$CD + DA + AP = x$（cm）　…①

また

$CD + DA + AB = 4 + 6 + 4$
$= 14$（cm）　…②

② − ①より

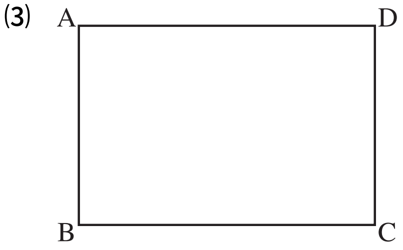
$PB = (14 - x)$ cm

だから

$$\triangle BCP = \frac{1}{2} \times 6 \times (14 - x)$$
$$= 42 - 3x \text{（cm}^2\text{）}$$

よって

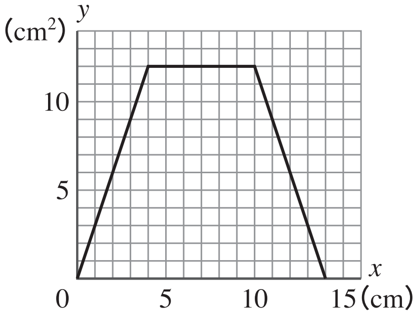
$y = -3x + 42$　…(答)



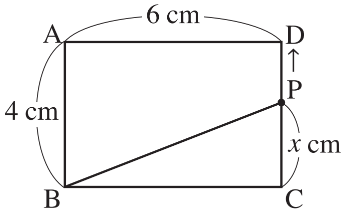
⑷　⑴，⑵，⑶から

$0 \leqq x \leqq 4$ のとき　$y = 3x$
$4 \leqq x \leqq 10$ のとき　$y = 12$
$10 \leqq x \leqq 14$ のとき $y = -3x + 42$

以上より，グラフは次の図のようになる。



確認テスト 4



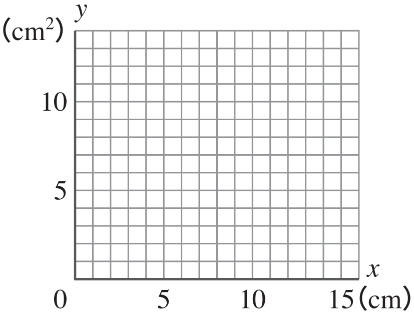
右の図は，AB ＝ 4 cm，AD ＝ 6 cm の長方形 ABCD である。点 P は，頂点 C を出発し，辺上を D，A を通って B まで動く。点 P が頂点 C を出発してから x cm 動いたときの △BCP の面積を y cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。

⑴　$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，y を x の式で表しなさい。

⑵　$4 \leqq x \leqq 10$ のとき，y を x の式で表しなさい。

⑶　$10 \leqq x \leqq 14$ のとき，y を x の式で表しなさい。

⑷　点 P が頂点 C から頂点 B まで動くときの y と x との関係を表すグラフをかきなさい。



[メモ]